5. ベクトルと図形　問題

1. △ABCにおいて，辺BCを2：1に外分する点をP，辺CAの中点をQ，辺ABを1：2に内分する点をRとする。

(1)　3点P，Q，Rは一直線上にあることを証明せよ。　　(2)　PQ：QRを求めよ。

2. △OABにおいて，辺OAを2：1に内分する点をC，辺OBを4：5に内分する点をDとし，線分ADと線分BCの交点をPとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$で表せ。

年　組　番 氏名

3. 平行四辺形 ABCD において，辺 BC の中点を L とし，線分 DL を 2：3 に内分する点を M とする。また，直線 AM と辺 CD の交点を N とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ で表せ。

(2) AM：MN，CN：ND を求めよ。

4. 正六角形 ABCDEF において $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\vec{b}$ とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ を，それぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。

(2) 対角線 CE と DF の交点を P とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。

(3) 対角線 BF と線分 AP の交点を Q とするとき，BQ：QF を求めよ。

5. $\triangle$OAB で，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とおき，$|\vec{a}|=\sqrt{3}$，$|\vec{b}|=2$，$|2\vec{a}-\vec{b}|=2\sqrt{2}$ とする。更に，$\triangle$OAB 内に点 H をとり，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=s\vec{a}+t\vec{b}$ とおく。ただし，s，t は実数とする。

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ と $\vec{b}-\vec{a}$ が垂直であるとき，s と t の関係式を求めよ。

(3) 点 H が $\triangle$OAB の垂心であるとき，s と t の値を求めよ。

6. AB$=3$，BC$=2$，CA$=4$ である $\triangle$ABC の内心を I とし，直線 AI と辺 BC の交点を D とする。また，$\triangle$ABC の内接円と辺 BC との接点を E とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$ とするとき

(1) 内積 $\vec{b}\cdot\vec{c}$ を求めよ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{AI}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。

(4) $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。

年　　組　　番　氏名

7. $\triangle\mathrm{ABC}$ において，$\overrightarrow{\mathrm{BC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CA}}=\overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ が成り立つとき，$\triangle\mathrm{ABC}$ はどのような形の三角形か。